EQUAZIONI GONIOMETRICHE

ELEMENTARI

$\operatorname{sen} x = m \quad \Rightarrow \quad x_1 = ar\cos eno\, m + 2k\pi \vee x_2 = \pi - ar\cos eno\, m + 2k\pi$

$\cos x = m \quad \Rightarrow \quad x_1 = +arco\cos eno\, m + 2k\pi \vee x_2 = -arco\cos eno\, m + 2k\pi$

$tagx = m \quad \Rightarrow \quad x_1 = arc\tan gente\, m + k\pi$

DERIVATE DAGLI ANGOLI ASSOCIATI

$\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\beta \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta + 2k\pi \vee \alpha = (\pi - \beta) + 2k\pi$

$\cos\alpha = \cos\beta \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta + 2k\pi \vee \alpha = -\beta + 2k\pi$

$tag\alpha = tag\beta \quad \Rightarrow \quad \alpha = \beta + k\pi$

Risolvono equazioni del tipo:

$\operatorname{sen}(2x - 30°) = \operatorname{sen}(x + 30°) \quad \Rightarrow \quad 2x + 30° = x + 30° + k360° \vee 2x + 30° = 180° - (2x + 30°) + k360°$ *ecc.*

EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

$A) \quad inc\,om\,pleta \quad a\operatorname{sen} x + b\cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad : \cos x \neq 0 \quad \Rightarrow \quad atgx + b = 0$

$B) \quad c\,om\,pleta \quad a\operatorname{sen} x + b\cos x + c = 0$

$1° \; metodo: \quad \begin{cases} aY + bX + c = 0 \\ X^2 + Y^2 = 1 \end{cases}$

$2° \; metodo: \quad a\frac{2t}{t^2+1} + b\frac{1-t^2}{t^2+1} + c = 0 \qquad con \; t = \tan\frac{x}{2}$

alla soluzione va aggiunta eventualmente $x = 180° + k360°$ *se tale valore verifica l'equazione di partenza*

$3° \; metodo \; \det to \; dell'angolo \; aggiunto:$

$posto \quad \cos\phi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad e \qquad \operatorname{sen}\phi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \Rightarrow \quad \phi \quad \Rightarrow$ *l'equazione diventa* $\operatorname{sen}(x+\phi) = \frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

EQUAZIONI OMOGENEE DI 2° GRADO IN SENO E COSENO

$A) \quad inc\,om\,pleta \quad a\operatorname{sen}^2 x + b\cos x\cos x = 0 \quad \Rightarrow raccog\lim ento$

$B) \quad c\,om\,pleta \quad a\operatorname{sen}^2 x + b\cos x\operatorname{sen} x + c\cos^2 x = 0 \quad : \; per \; \cos^2 x \neq 0 \quad \Rightarrow atg^2 x + btagx + c = 0$

se l'equazione è del tipo $a\operatorname{sen}^2 x + b\cos x\operatorname{sen} x + c\cos^2 x = d$ *basta renderla omogea considerando* $d(\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x))$

DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE

Valgono le regole delle disequazioni + vanno risolte graficamente sulla crf.za goniometrica.

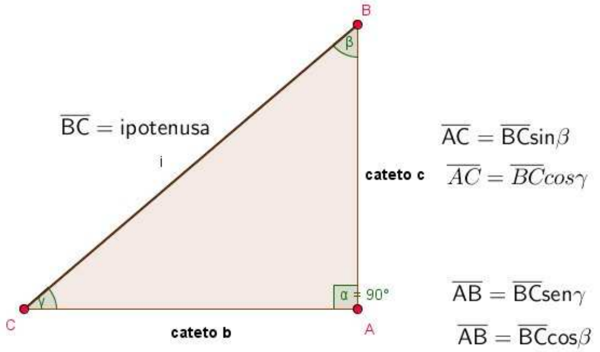
TEOREMI SUI TRIANGOLI RETTANGOLI

La TRIGONOMETRIA ha lo scopo di stabilire le relazioni metriche tra i lati e gli angoli di un triangolo, cioè tra gli elementi di un triangolo.

PRIMO TEOREMA SUI TRIANGOLI RETTANGOLI

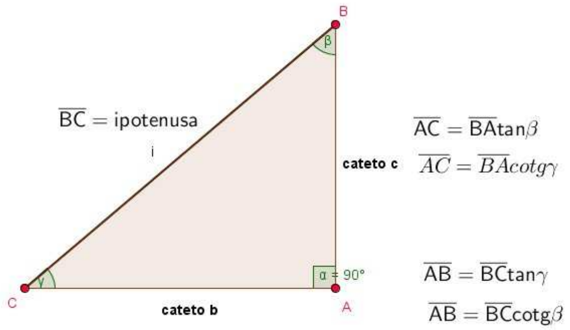
$b = ipotenusa \cdot \operatorname{sen} \beta \quad oppure \quad b = ipotenusa \cdot \cos \gamma$

$c = ipotenusa \cdot \operatorname{sen} \gamma \quad oppure \quad c = ipotenusa \cdot \cos \beta$



"In ogni triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale al prodotto della misura dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto ad esso o per il coseno dell'angolo acuto ad esso adiacente."

SECONDO TEOREMA SUI TRIANGOLI RETTANGOLI



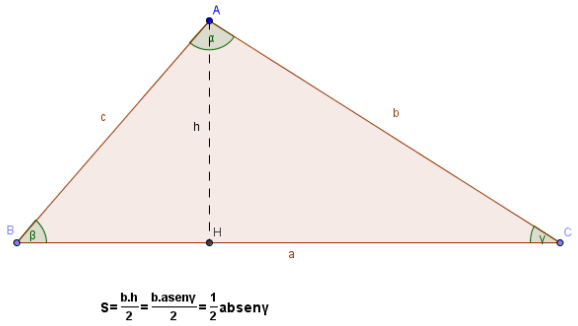
$b = cateto\ c \cdot \tan \beta \quad oppure \quad b = cateto\ c\ \cot \gamma$

$c = cateto\ b \cdot \tan \gamma \quad oppure \quad c = cateto\ b\ \cot \beta$

"In ogni triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale al prodotto della misura dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto al primo cateto o per la cotangente dell'angolo acuto adiacente al primo cateto".

Risolvere un triangolo rettangolo significa determinare gli elementi incogniti, noti tre dei suoi elementi, di cui almeno uno deve essere un lato (se no il triangolo sarebbe indeterminato, infatti esistono infiniti triangoli aventi gli stessi angoli).

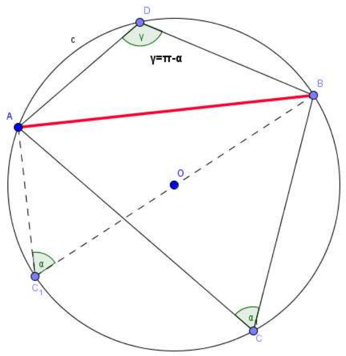
AREA DI UN TRIANGOLO



$$S=\frac{1}{2}ab\ \text{sen}\,\gamma$$

"L'area di un triangolo è data dal semiprodotto di due lati per il seno dell'angolo compreso".

TEOREMA DELLA CORDA DI UNA CIRCONFERENZA



$$\frac{\overline{AB}}{\text{sen}\,\alpha}=2r$$

"In una circonferenza il rapporto tra una corda ed il seno di uno qualsiasi degli angoli alla circonferenza che insistono su quella corda è uguale al diametro della circonferenza", da cui si deduce che:
in una circonferenza, *"la misura di una corda è uguale al prodotto della misura del diametro per il seno di uno qualunque dei due angoli alla circonferenza sottesi dalla corda"*.

$$\overline{AB}=2r\ \text{sen}\,\alpha \quad \textit{oppure} \quad \overline{AB}=2r\ \text{sen}(\pi-\alpha)$$

TEOREMA DI CARNOT O DEL COSENO

"In un triangolo qualsiasi il quadrato di un lato è uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati, diminuita del doppio prodotto di questi due lati per il coseno dell'angolo che essi formano".

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta$$
$$c^2=b^2+a^2-2ba\cos\gamma$$

TEOREMA DEI SENI

"In un triangolo qualsiasi i lati sono proporzionali ai seni degli angoli opposti e quindi è costante il rapporto tra ciascun lato ed il seno dell'angolo opposto; tale rapporto è uguale al diametro della circonferenza circoscritta al triangolo".

$$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha}=\frac{b}{\text{sen}\,\beta}=\frac{c}{\text{sen}\,\gamma}$$